

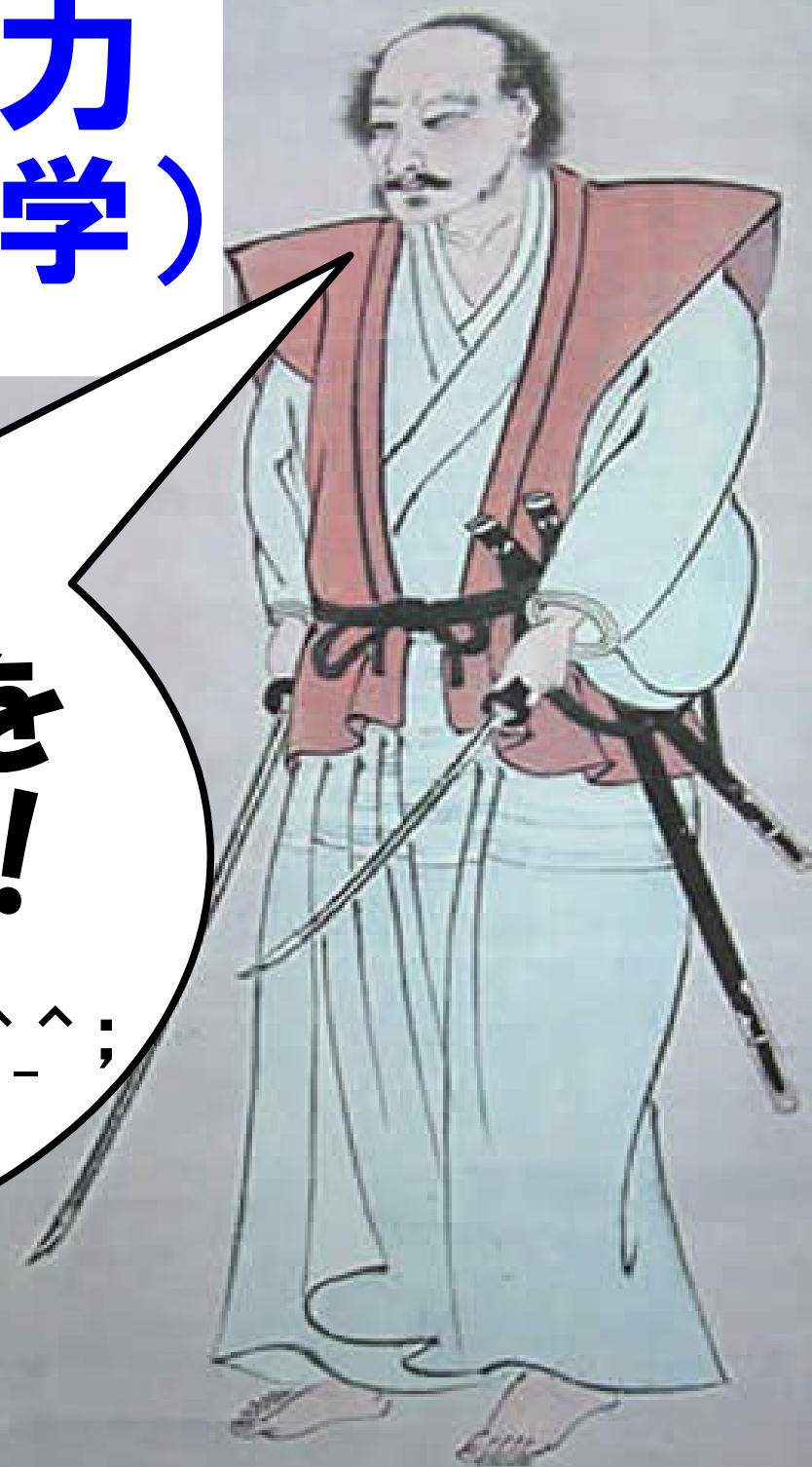
信号処理工学の魅力

山田功(東京工業大学)

[September 28, 2010]

お主のような
男との出会いを
待っていた!!!

もちろん女性也大歓迎です(^_^;



信号処理工学 (=Signal Processing) とは？



生データ



- ・フィルター
- ・雑音除去
- ・スムージング



価値のある情報

”**素材**から**旨味**を上手にひきだす**芸や技**”
を創造・体系化するための総合科学

情報通信・画像処理・音響処理技術の
進化を達成する鍵になっている！

信号処理工学の魅力：Best 3

1. 応用対象は無限に広がっている。

(例：情報通信、画像処理、情報圧縮、地球・宇宙物理、計測等)

- 時代の最先端の知に貢献できる喜び
(TOPレベルの国際会議 ICASSP, ICIP etc に挑戦しよう)。
- 複数分野のエキスパートにもなれる。
- 理論的研究を進めていく場合にも大きな指針になる。

2. 斬新な発想を貪欲に受入れる自由な土壌。

- 伝統に縛られない斬新な発想を積極的に採用する懐の深さ。
- 特定の流儀やシガラミとは全く無縁 → 若者が活躍できる。
- 大らかな文化が「弛まぬ進化と成功」の秘訣。

3. 最先端の数理を自ら開拓・応用する醍醐味。

(代数・解析・幾何・最適化・OR・数値解析・統計 etc)

- 数学 (↔ 複数の情報間の非自明な関係 ↔ 宝の山)
を活かさない手はありません。
- 人類の宝 (= 普遍の真理) を発見する喜び。
- 抽象思考によって旧来の学問の垣根を超えられる。



フーリエ
(1768-1830)

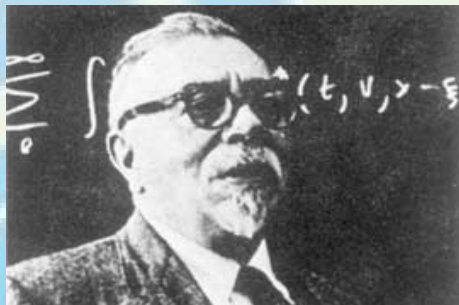


ガウス
(1777-1855)

信号処理工学の
源流を辿ると
工学と数学の
垣根は無いことに
気が付きます！



ノイマン
(1903-1955)



ウィーナー
(1894-1964)



シャノン
(1916-2001)



カルマン
(1930-)



**信号処理と最適化を
まとめて考える理由！**

歴史の教え！

「信号処理工学のブレークスルー」は
「最適化工学のブレークスルー」と表裏一体

最小化したい関数

条件を表現する集合

**Key is
Proper
Choice :**

f and S !

Minimize

Subject to

$$f(x)$$

$$x \in S$$

信号処理工学者の 大いなる Dilenm m a !

フレークスルーのために、
斬新な **f** と **S** を使いたい。

ところが、既存の
最適化アルゴリズムは
常識的な **f** と **S** しか
使えない。

数学者も忙しいので
自分で考えるしかない！

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} M^2 Z_\mu^0 Z_\nu^0 - \frac{1}{2} \partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - i g c_\nu (\partial_\mu Z_\mu^0 (W_\nu^+ W_\nu^- - \\ & - W_\nu^- \partial_\mu W_\nu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\mu W_\nu^- - W_\nu^- \partial_\mu W_\nu^+)) - \\ & - A_\nu (W_\nu^+ \partial_\mu W_\nu^- - W_\nu^- \partial_\mu W_\nu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\nu^- - \\ & - W_\nu^- \partial_\nu W_\nu^+) + \frac{1}{2} g^2 W_\nu^+ W_\nu^- W_\nu^+ W_\nu^- + g^2 c_\nu^2 (Z_\mu^0 W_\nu^+ Z_\mu^0 W_\nu^- - \\ & - A_\mu W_\nu^+ - A_\mu A_\mu W_\nu^+ W_\nu^-) + g^2 s_\nu c_\nu (A_\mu Z_\mu^0 (W_\nu^+ W_\nu^- - \\ & - \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial_\mu H - 2 M^2 \alpha_\lambda H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\ & - I + \frac{1}{2} (H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2 \phi^+ \phi^-)) + \frac{2 M^2}{s^2} \alpha_\lambda - \\ & - I (H^2 + H \phi^0 \phi^0 + 2 H \phi^+ \phi^-) - \\ & - \phi^+ \phi^-)^2 + 4 (\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4 H^2 \phi^+ \phi^- + 2 (\phi^0)^2 H^2) - \\ & - (W_\nu^+ W_\nu^- H - \frac{1}{2} g \frac{M^2}{s^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\ & - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\nu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\ & + W_\nu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2} g \frac{1}{s^2} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\ & + \partial_\mu \phi^+) - i g \frac{1}{s^2} M Z_\mu^0 (W_\nu^+ \phi^- - W_\nu^- \phi^+) + i g s_\nu M A_\mu (W_\nu^+ \phi^- - \\ & - \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + i g s_\nu A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\ & - \phi^+ \phi^-) - \frac{1}{2} g^2 \frac{1}{s^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2 (2 s_\nu^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\ & - \frac{1}{2} i g^2 \frac{1}{s^2} Z_\mu^0 H (W_\nu^+ \phi^- - W_\nu^- \phi^+) + \frac{1}{2} g^2 s_\nu A_\mu \phi^0 (W_\nu^+ \phi^- + \\ & + (W_\nu^+ \phi^- - W_\nu^- \phi^+) - g^2 \frac{1}{s^2} (2 s_\nu^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\ & - \gamma^\mu g_\mu^\nu g_\mu^\nu - e^2 (\gamma^\mu \partial_\mu + m_\nu^2) e^\lambda - \nu^2 (\gamma^\mu \partial_\mu + m_\nu^2) \nu^\lambda - \partial_\mu^2 (\gamma^\mu \partial_\mu + \\ & + i g s_\nu A_\mu (- (e^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3} (\partial_\mu^2 \gamma^\mu u_\mu^\lambda) - \frac{1}{3} (d_\mu^2 \gamma^\mu d_\mu^\lambda)) + \\ & + (e^\lambda \gamma^\mu (4 s_\nu^2 - 1 - \gamma^2) e^\lambda) + (d_\mu^2 \gamma^\mu (\frac{1}{3} s_\nu^2 - 1 - \gamma^2) d_\mu^\lambda) + \\ & + \frac{g_\nu}{2} W_\nu^+ ((\nu^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^2) U^{\mu\nu}{}_{\lambda\mu} e^\mu) + (\partial_\mu^2 \gamma^\mu (1 + \gamma^2) C_{\lambda\mu} d_\mu^\lambda)) + \\ & + \partial_\mu^2 \gamma^\mu (1 + \gamma^2) \nu^\lambda) + (d_\mu^2 C_{\lambda\mu} \gamma^\mu (1 + \gamma^2) u_\mu^\lambda)) + \\ & + U^{\mu\nu}{}_{\lambda\mu} (1 - \gamma^2) e^\mu) + m_\nu^2 (\nu^\lambda U^{\mu\nu}{}_{\lambda\mu} (1 + \gamma^2) e^\mu) + \\ & + \gamma^2) \nu^\mu) - m_\nu^2 (e^\lambda U^{\mu\nu}{}_{\lambda\mu} \\ & (\nu^\lambda \gamma^2 \nu^\lambda) - \frac{g_\nu}{2} \frac{M^2}{s^2} \phi^0 (e^\lambda \gamma^\mu \\ & - \gamma^\mu \phi^+ (-m_\nu^2 (\partial_\mu^2 C_{\lambda\mu} (1 - \\ & + \gamma^2) u_\mu^\lambda) - m_\nu^2 (d_\mu^2 C_{\lambda\mu} \\ & \gamma^2 u_\mu^\lambda) - \frac{g_\nu}{2} \frac{M^2}{s^2} \frac{1}{s^2} \gamma^\mu d_\mu^\lambda \\ & - M^2) X^\mu + X^\mu \end{aligned}$$



妄想の世界

最適化理論：
 f の扱いが得意

不動点理論：
 S の扱いが得意

うまく融合すれば
 f にも S にも強い
最適化アルゴリズム
ができるかもしれない！

これぞ二刀流
の極意也！

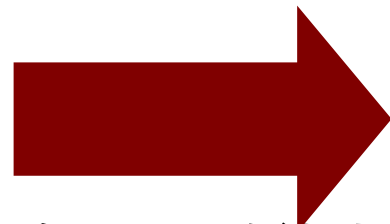
ハイブリッド最急降下法、
適応射影劣勾配法…



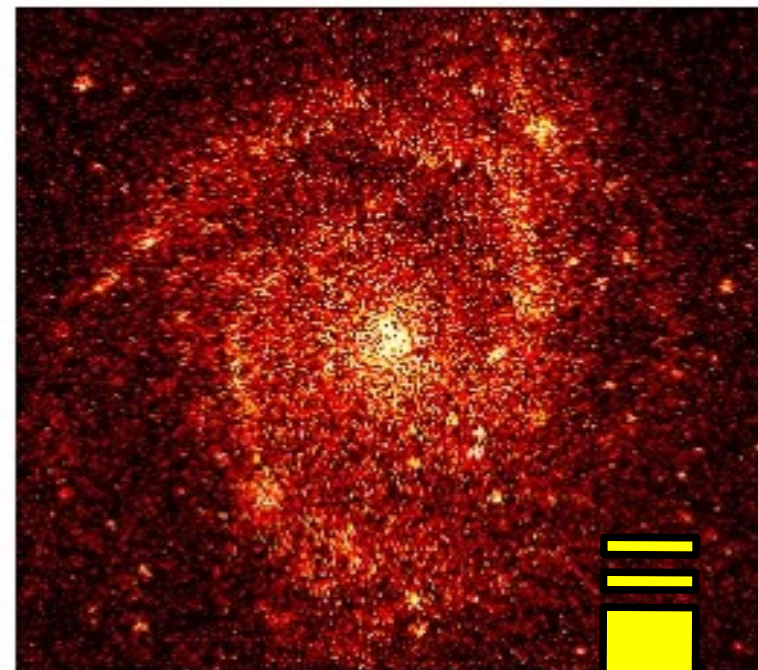
信号処理の例 1



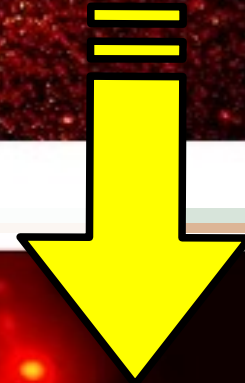
天体望遠鏡
で観測すると



多くの雑音
が混じる



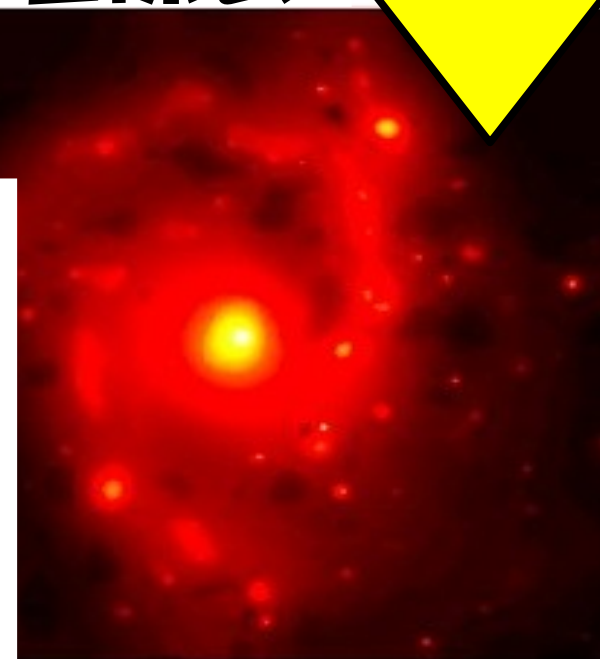
雑音除去



実は、フランスの研究チームも
ハイブリッド最急降下法を
採用しています

Starck, Murtagh, Fadili, Sparse Image and Signal
Processing: Wavelets, Curvelets, Morphological
Diversity, Cambridge Univ.Press, 2010.

I. Yamada, The hybrid steepest descent method for the
variational inequality problem over the intersection of
fixed point sets of nonexpansive mappings, Studies in
Computational Mathematics, vol.8, pp.473-504, 2001.



(i)

アルバート・アインシュタイン

「まず最初にばかばかしいと思わないアイデアについては、そのアイデアに望みはない。」

ジェームス・ヤング

”A technique for producing ideas” (1940)

「アイデアとは**既存の要素の新しい組み合わせ**以外の何ものでもない」

「既存の要素を新しい組み合わせに導く才能は、**物事の関連性を見つけ出す才能**に依存するところが大きい」

ジェームス W. ヤング, **アイデアのつくり方**
(今井 訳) **阪急コミュニケーションズ** (1988)

「妄想力と数学力を活かせ」

1. 妄想は独創的なアイデアの源
2. 独創的なアイデアを「ただの妄想」で終わらせないためには：

「高次元のスケッチブック」と「お絵描きの世界」を結びつける力（**造形力**と**数学力**）が重要

山田功 “妄想力・造形力・創造力 - ある理工系研究者の雑感”

造形ジャーナル 54巻1号 (2009)

信号処理の例 2

Gandy & Yamada, "Convex Optimization Techniques for the Efficient Recovery of a Sparsely Corrupted Low-rank Matrix," J. Math-for-Industry, 2010.

Principal Component Pursuit (PCP)

$$L, S \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (n = 800 \sim 40000)$$

Large
Size

$$\text{Minimize } \|L\|_* + \lambda \|S\|_1$$

Nonsmooth

Sum of
singular values

Sum of
absolute values

$$\text{Rank}(L)$$

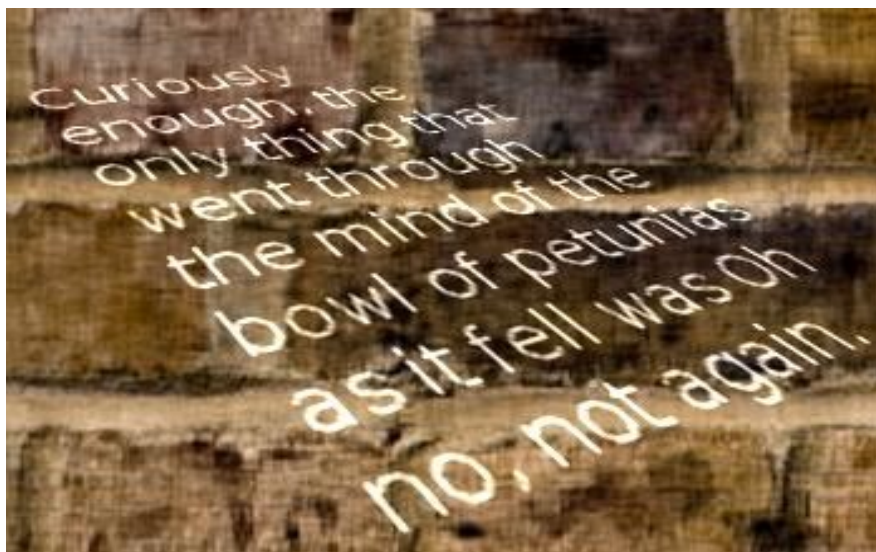
$$\|S\|_0$$

Subject to

$$M = L + S$$

See, e.g. [Candes et al '09]

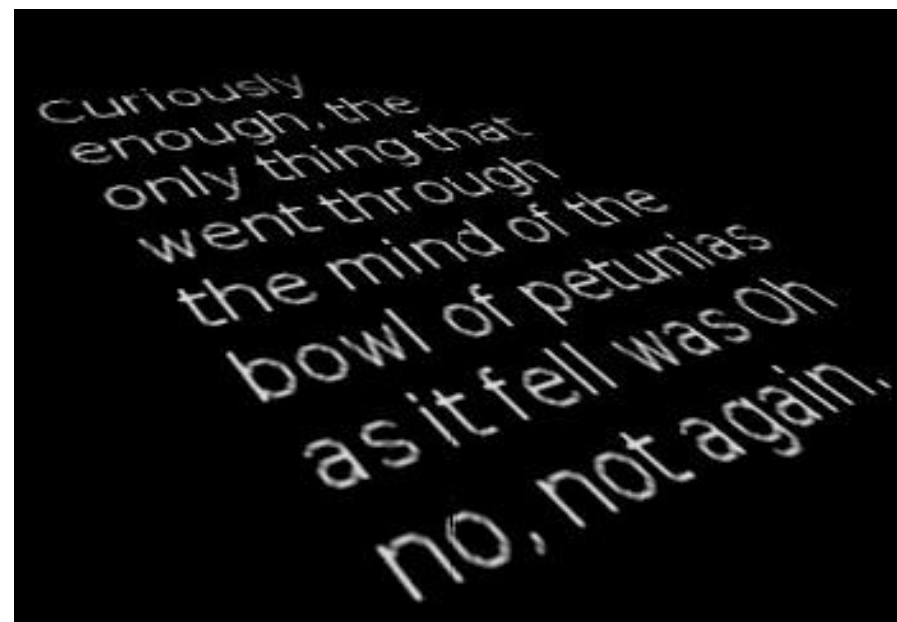
応用例A



$$M =$$



+



Low Rank Matrix

L

Sparse Matrix

S

Remove shadows and specularities in images of faces

- ・ 入力：異なる照明で撮った画像
- ・ アイデア：陰影と鏡面反射をスパース雑音としてモデル化
顔の本質的情報を低階数行列としてモデル化



分解後

- 元画像



- 低階数部分



- Sparse な部分
黒／白交換



参考文献



パターン認識への応用

Silvia Gandy and Isao Yamada, "Convex Optimization Techniques for the Efficient Recovery of a Sparsely Corrupted Low-rank Matrix,"
Journal of Math-for-Industry, 2010.