

# 信号処理・最適化・逆問題のための 数理表現モデルとアルゴリズム

教授 山田 功

研究分野：信号処理, 逆問題, 最適化, 機械学習

ホームページ: <http://www.sp.ict.e.titech.ac.jp/>



## 研究内容・目的

- (1) 信号処理を中心としたデータサイエンスのためのアルゴリズムの創造と体系化
- (2) 不動点理論や計算機代数に基づく情報表現法と最適化アルゴリズムの開発と応用

## 研究テーマ

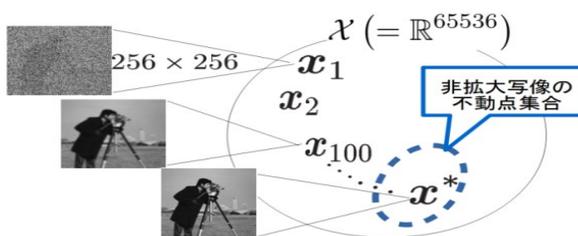
### 1. 情報の革新的数理表現と最適化数理の融合による次世代信号処理アルゴリズムの創造

Gauss の「最小二乗推定」と Fourier の「直交関数展開」を源流に持つ現代の信号処理は、長年「(線形)部分空間を用いた情報表現」と「直交射影定理(ヒルベルト空間に拡張されたピタゴラスの定理)」を拠り所として発展してきました。私達は「部分空間で表現できない情報の精密表現を可能にする革新的数理」と「強力な最適化数理」の大胆な融合によって、飛躍的に優れた信号処理アルゴリズムを実現することを目標に研究を進めています。以下の紹介事例以外にも「超複素テンソルの低ランク近似表現法」, 「Stiefel 多様体の適応 Cayley パラメータ表現法」, 「非平滑非凸可変平滑化法」, 「DC 最適化によるスパース正則化モデル」等、斬新な信号処理アルゴリズムを創造しています。

### 2. 非拡大写像の不動点集合上の凸最適化問題を解決するアルゴリズムとその応用

凸解析学や不動点理論の目覚ましい進化のおかげで、「信号処理や機械学習や逆問題の分野で効果的に活用できていなかった重要な情報」の多くが、実は「ヒルベルト空間に定義された非拡大写像の不動点集合」によって統一表現できることが解ってきました。本研究室で誕生した「ハイブリッド最急降下法」は、世界で初めて「(準)非拡大写像の不動点集合上の凸最適化問題」の解決に成功したアルゴリズムであり、長年解決不可能と信じられてきた「階層構造を持つ凸最適化問題・非協力

ゲームの階層型均衡問題」の解法にも直結するため、工学と数学の垣根を超えて無限の応用を持つ必殺技になっています(図 1)。更に本研究室ではハイブリッド最急降下法のアイデアの時変拡張[適応射影劣勾配法(APSM)]により、「凸関数列の漸近的最小化問題」も解決しています。APSM はオンライン機械学習、無線通信等に広く応用されています(2015年 IEEE Signal Processing Magazine 最優秀論文賞[1 件/年]受賞)。



$$x_{n+1} = T(x_n) - \lambda_n \nabla \Theta(T(x_n)) \quad (\text{ハイブリッド最急降下法})$$

図 1. 非拡大写像の無限個の不動点から最適な選択を実現

### 3. スパース性活用のための非凸正則化項付き最小 2 乗推定モデルと最適化アルゴリズム

信号処理や機械学習の領域に現れる多くのパラメータ推定問題では、活用できる先験情報を「ベクトルのスパース性」や「行列の低ランク性」の言葉に翻訳し、推定問題を「正則化項付き最小 2 乗推定モデル」に帰着させる方針が標準戦略となっています。素直に考えれば、正則化項として離散値関数( $\ell_0$  擬似ノルムや行列ランク)を採用したくなりますが、最適化問題が NP 困難化するのを避けるため、離散値関数の最良近似凸関数( $\ell_1$  ノルムや核ノルム)が代用されてきました(例: Lasso モデル)。私達は離散値関数と最良近似凸関数の間をパラメトリックに繋ぐ特別な非凸正則化関数のク

ラス(LiGME 正則化関数)と LiGME 型最小 2 乗推定モデル及びその制約付きモデル(cLiGME モデル)の全体凸性条件を解明し,大域的最適化アルゴリズムを実現しています. さらに, 代表的な Scaled GMC モデルに対しては, Least Angle Regression 型解法の実現にも世界で初めて成功しています.

### ●教員からのメッセージ

「工学は数学の楽園である」はダ・ヴィンチの言ですが, 信号処理はその最たる例かもしれません. 自由な発想で普遍的価値の創造に挑戦しましょう(<https://www.libra.titech.ac.jp/about/interview>).

### ●関連する業績、プロジェクトなど

1. I. Yamada, "The hybrid steepest descent method for the variational inequality problem over the intersection of fixed point sets of nonexpansive mappings," In: D. Butnariu et al. eds., *Inherently Parallel Alg. in Feasibility and Optimization and Their Applications*, pp. 473–504. Elsevier, 2001.
2. I. Yamada, M. Yamagishi, "Hierarchical convex optimization by the hybrid steepest descent method with proximal splitting operators—Enhancements of SVM and Lasso," In: H.H.Bauschke et al. eds., *Splitting Algorithm, Modern Operator Theory and Applications*, pp.413-489, Springer, 2019.
3. M. Yamagishi, I. Yamada, "Nonexpansiveness of Linearized Augmented Lagrangian operator for hierarchical convex optimization," *Inverse Problems*, 33(4), 044003 (35pp), 2017.
4. P. L. Combettes, I. Yamada, "Compositions and convex combinations of averaged nonexpansive operators," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 425 (1), pp.55-70, 2015.
5. S. Gandy, B. Recht, I. Yamada, "Tensor completion and low-n-rank tensor recovery via convex optimization," *Inverse Problems*, 27(2), 025010 (19pp), 2011.
6. S. Theodoridis, K. Slavakis, I. Yamada, "Adaptive learning in a world of projections: a unifying framework for linear and nonlinear classification and regression tasks," *IEEE Signal Processing Magazine*, 21(1), pp.97-123, 2011.
7. D. Kitahara, I. Yamada, "Algebraic phase unwrapping based on two-dimensional spline smoothing over triangles," *IEEE Trans. Signal Process.*, 64(8), pp.2103-2118, 2016.
8. H. Kuroda, M. Yamagishi, I. Yamada, "Exploiting sparsity in tight-dimensional spaces for piecewise continuous signal recovery," *IEEE Trans. Signal Process.*, 66(24), pp.6363-6376, 2018.
9. T. Mizoguchi, I. Yamada, "Hypercomplex tensor completion via convex optimization," *IEEE Trans. Signal Process.*, 67(15), pp.4078-4092, 2019.
10. J. Abe, M. Yamagishi, I. Yamada, "Linearly involved generalized Moreau enhanced models and their proximal splitting algorithm under overall convexity condition," *Inverse Problems*, (36pp), 2020.
11. R. Akema, M. Yamagishi, I. Yamada, "Approximate simultaneous diagonalization of matrices via structured low-rank approximation," *IEICE Transactions on Fundamentals*, E104-A (4), 2021.
12. K. Kume, I. Yamada, "Generalized left-localized Cayley parametrization for optimization with orthogonality constraints," *Optimization*, pp.1-47, 2022.
13. W.Yata, M. Yamagishi, I. Yamada, "A constrained LiGME model and its proximal splitting algorithm under overall convexity condition," *J. Applied and Numerical Optimization*, 4(2), 2022.
14. Y.Chen, M. Yamagishi, I. Yamada, "A unified design of generalized Moreau enhancement matrix for sparsity aware LiGME models," *IEICE Transactions on Fundamentals*, 106A(8), 2023.
15. Y. Zhang, I. Yamada, "A unified framework for solving a general class of nonconvexly regularized convex models," *IEEE Trans. Signal Process.*, 71, pp. 3518-3533, 2023.
16. Y. Zhang, I. Yamada, "An inexact proximal linearized DC algorithm with provably terminating inner loop," *Optimization*, 2024.
17. K. Kume, I. Yamada, "Adaptive localized Cayley parametrization for optimization over Stiefel manifold and its convergence rate analysis," *IEEE Access* 2024.
18. Y. Zhang, I. Yamada, "Computing an entire solution path of a nonconvexly regularized convex sparse model," *IEEE ICASSP* 2024.
19. K. Kume, I. Yamada, "A proximal variable smoothing for nonsmooth minimization involving weakly convex composite with MIMO application," *IEEE ICASSP* 2025.
20. S. Matsuo, K. Kume, I. Yamada, "Hierarchical Nash equilibrium over variational equilibria via fixed-point set expression of quasi-nonexpansive operator," *IEEE ICASSP* 2025.

著書：工学のための関数解析(2009)/受賞：ドコモ・モバイルサイエンス賞[基礎科学部門] (2005), 電子情報通信学会[論文賞(7回)・業績賞(2009)・フェロー(2015)], IEEE Signal Process. Magazine Best Paper Award (2015), IEEE Fellow (2015), 文科学大臣表彰科学技術賞[研究部門](2016)等/その他：IEICE Trans. Fundamentals 編集委員長(2013-2015), 2022 IEEE Signal Processing Society Award Board, IEEE Trans. Signal Process., Numerical Functional Analysis and Optimization 等, 国際学術誌の Editorial Board を歴任.